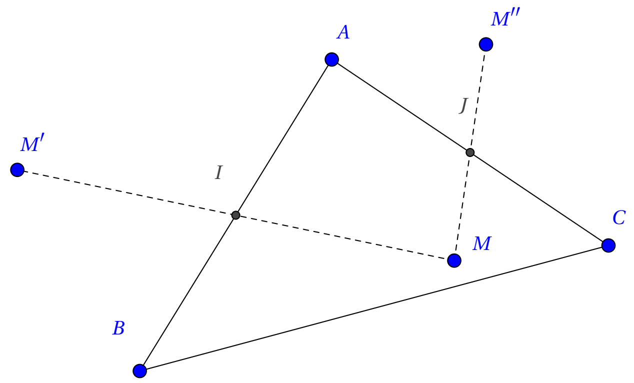
Un peu plus de géométrie

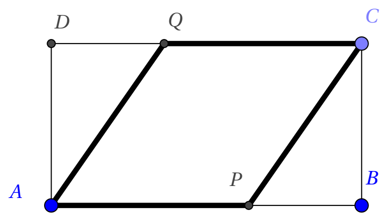
Exercice 1. [Points au tiers des côtés] Soit $ABCD$ un quadrilatère. On place des points I, J, K et L au tiers de chacun de ses côtés lorsqu'on les parcourt dans le même sens. Montrer que si $ABCD$ est un parallélogramme, alors $IJKL$ aussi.

Exercice 2. [Distance entre symétriques] Soit ABC un triangle et I, J les milieux de $[AB]$ et $[AC]$.

Pour tout point M, on note M' et M'' ses symétriques par rapport à I et J. Montrer que $M'M'' = BC$.

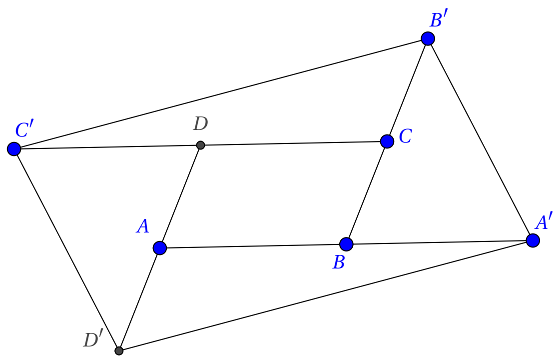


Exercice 3. [Constructions d'un losange inscrit] Soit $ABCD$ un rectangle, avec $AB \geq BC$. Expliquer comment construire un point P sur $[AB]$ et un point Q sur $[CD]$ de telle sorte que $APCQ$ soit un losange.

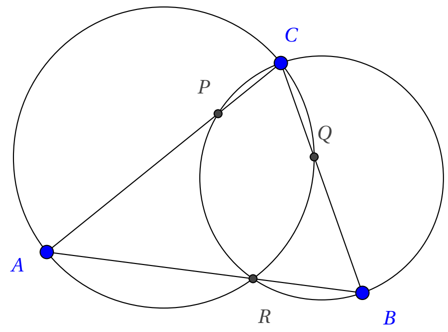


Exercice 4. [Parallélogramme cinq fois plus grand] Soit $ABCD$ un parallélogramme et A' (respectivement B', C' et D') le symétrique de A (resp. B, C et D) par rapport à B (resp. C, D et A).

Montrer que $A'B'C'D'$ est un parallélogramme, d'aire cinq fois plus grande que $ABCD$.

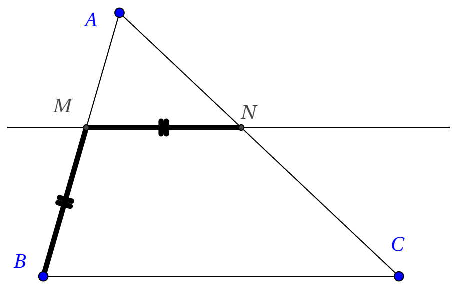


Exercice 5. [Droites concourantes] Soit ABC un triangle. Le cercle $\mathscr{C}$ (resp. $\mathscr{C}'$) de diamètre $[BC]$ (resp. $[CA]$) coupe la droite (CA) (resp. la droite (BC)) en P (resp. Q). Les cercles $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ se recoupent en un second point R. Montrer que R est sur $[AB]$ et que (CR), (BP) et (AQ) sont concourantes.



Exercice 6. [Bissectrices d'un parallélogramme] Montrer que les quatre points d'intersection des bissectrices intérieures d'un parallélogramme sont les quatre sommets d'un rectangle. Réciproquement, montrer que si les bissectrices d'un quadrilatère non croisé sont perpendiculaires, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

Exercice 7. [Construction d'un point équidistant ♡] Soit ABC un triangle. Construire un point M sur le côté $[AB]$ de telle sorte que la parallèle à (BC) passant par M coupe $[AC]$ en un point N tel que $BM = MN$.



Exercice 8. [Les médianes sont concourantes] Montrer que dans un triangle, deux médianes quelconques se croisent en un point, qui sur chacune des médianes est situé aux deux-tiers à partir du sommet. En déduire que les médianes d'un triangle sont concourantes. Leur point de concours G est appelé *centre de gravité* du triangle.

Exercice 9. Soit $ABCD$ un parallélogramme, et M le milieu de $[AB]$. Soit K le point de $[DM]$ tel que $KD = 2KM$. Montrer que A, K et C sont alignés.